5. Correction des exercices

Exercice 10.1 1) D'après la Pté ??, une équation de $\mathscr{C}$ est : $(x-(-2))^2+(y-3)^2=(\sqrt{10})^2$, c'est-à-dire $(x+2)^2+(y-3)^2=10$
2) $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses en des points vérifiant l'équation de $\mathscr{C}$ et tels que $y=0$. Ces points vérifient donc l'équation : $(x+2)^2+(0-3)^2=10$, i.e. $(x+2)^2+9=10$, ou encore $(x+2)^2=1$.
Inutile de développer pour faire appel à "l'usine à gaz" du discriminant, on peut juste dire que :
$(x+2)^2=1 \Leftrightarrow (x+2=1$ ou $x+2=-1)$. Les deux solutions sont donc : $x=-1$ et $x=-3$.
Les points d'intersection cherchés sont donc $A(-3;0)$ et $B(-1;0)$.
De même, C et D ont pour abscisse $x=0$. Donc leurs ordonnées sont solutions de l'équation $(y-3)^2=6$, i.e. $S=\left\{3-\sqrt{6};3+\sqrt{6}\right\}$. D'où $C(0;3-\sqrt{6})$ et $D(0;3+\sqrt{6})$.

Exercice 10.2 $OC=\sqrt{13}$. Le milieu I de $[OC]$ a pour coordonnées $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. Donc le cercle circonscrit au triangle ABC a pour équation :

$$x^2+y^2-2x-3y=0$$

Exercice 10.3 $\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$
$=\sin\frac{\pi}{3}\cos x+\cos\frac{\pi}{3}\sin x-\sin\frac{\pi}{3}\cos x+\cos\frac{\pi}{3}\sin x$
$=2\cos\frac{\pi}{3}\sin x=2\times\frac{1}{2}\sin x=\sin x$.

Exercice 10.4 a) $\cos x<0$ et $(\cos x)^2=1-\frac{9}{16}=\frac{7}{16}$.
Donc $\cos x=-\frac{\sqrt{7}}{4}$
b) $\sin 2x=2\sin x\cos x=2\times-\frac{3}{4}\times-\frac{\sqrt{7}}{4}=\frac{3\sqrt{7}}{8}$.
$\cos 2x=2(\cos x)^2-1=\frac{7}{8}-1=-\frac{1}{8}$.

Exercice 10.5 $AB^2+BC^2=2OB^2+\frac{AC^2}{2}$, soit $225+169=2OB^2+98$.
$OB^2=148$, d'où : $OB=2\sqrt{37}$ et $DB=4\sqrt{37}$.

Exercice 10.6 a) $BC^2=(250)^2+(340)^2-500\times340\cos75°$;
$BC=366,20m$
b) $\cos\widehat{B}=\frac{(250)^2+BC^2-(340)^2}{500\times BC}\simeq 0,44$;
$\widehat{B}\simeq 63,7°$ et $\widehat{C}\simeq 41,3°$

Exercice 10.7 1) $aire(ABC)=\frac{1}{2}AB\times AC\times\sin\widehat{A}$, d'où :
$\sin\widehat{A}=\frac{2\times18}{6\times10}=\frac{36}{60}=\frac{3}{5}$.
$(\cos\widehat{A})^2=1-(\sin\widehat{A})^2=1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$.
Or $\widehat{A}$ est obtus, donc $\cos\widehat{A}=-\frac{4}{5}$.

2) $BC^2=36+100+120\times\frac{4}{5}=136+96=232$.
d'où : $BC=2\sqrt{58}$, $BC\simeq 15,2cm$.